

Abitur 2007 Mathematik GK Infinitesimalrechnung Aufgabe A1

Teilaufgabe a. (20 BE)

Bestimmen Sie rechnerisch die Schnittpunkte mit der x -Achse sowie die Extrempunkte der Funktion g mit $g(x) = x \cdot e^{1-x}$.

Die Funktion besitzt genau einen Wendepunkt; bestimmen Sie diesen (nur mit notwendiger Bedingung).

Zeichnen Sie die ermittelten Punkte in Abbildung 1 ein, nachdem Sie die Achsen mit einer geeigneten Skala beschriftet haben.

Begründen Sie den Verlauf des Graphen für $x \rightarrow \pm\infty$.

Teilaufgabe b. (12 BE)

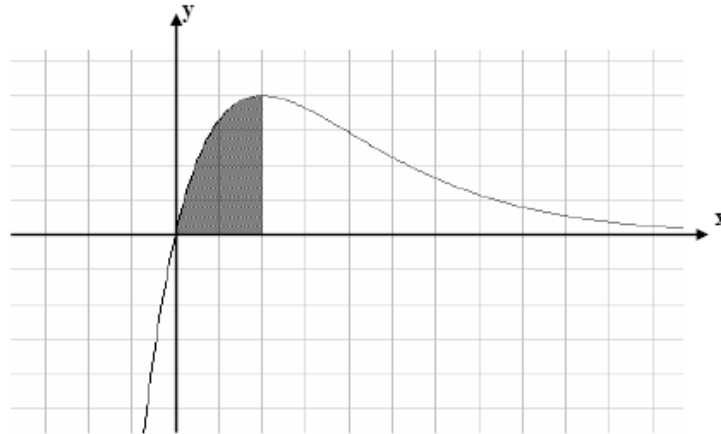
Zeigen Sie, dass G mit $G(x) = -(x+1) \cdot e^{1-x}$ eine Stammfunktion von g ist.

Bestimmen Sie den Inhalt der in Abbildung 1 markierten Fläche.

Bestimmen Sie sodann den Inhalt $A(u)$ der Fläche zwischen dem Graphen von g , der x -Achse und der Parallelen zur y -Achse durch $x = u$, $u > 0$.

Berechnen Sie den Grenzwert des Inhalts der Fläche $A(u)$ für $u \rightarrow +\infty$.

Abbildung 1



Teilaufgabe c. (8 BE)

Betrachten Sie Abbildung 2.

Die Funktion f_2 entsteht aus der Funktion f_1 mit $f_1(x) = e^x$ durch Spiegelung an der y -Achse und anschließende Streckung in y -Richtung mit dem Faktor e ($e \approx 2,7$).

Skizzieren Sie den Graphen von f_2 im Koordinatensystem der Abbildung 2. Geben Sie den Term von f_2 an.

In Abbildung 3 sind die Graphen von f_3 und einer Exponentialfunktion f_4 sowie vier Punkte gegeben. Die vier Punkte liegen auf dem Graphen einer Funktion h , die das Produkt von f_3 und f_4 ist. Bestimmen Sie die Funktionsterme von f_3 und f_4 mithilfe der Zeichnung und geben Sie die genauen Koordinaten von P_3 und P_4 an.

Zeigen Sie, dass der Term der Funktion h mit $g(x)$ aus Aufgabe a übereinstimmt.

Abbildung 2

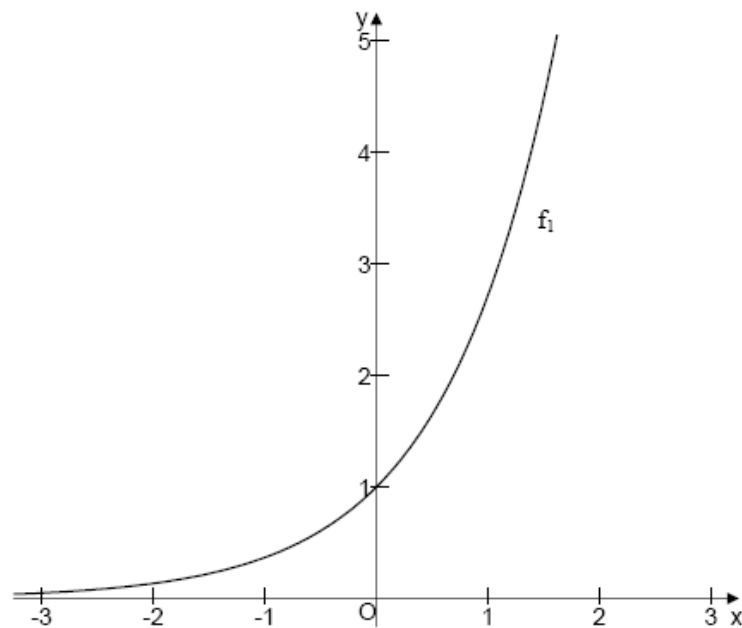


Abbildung 3

